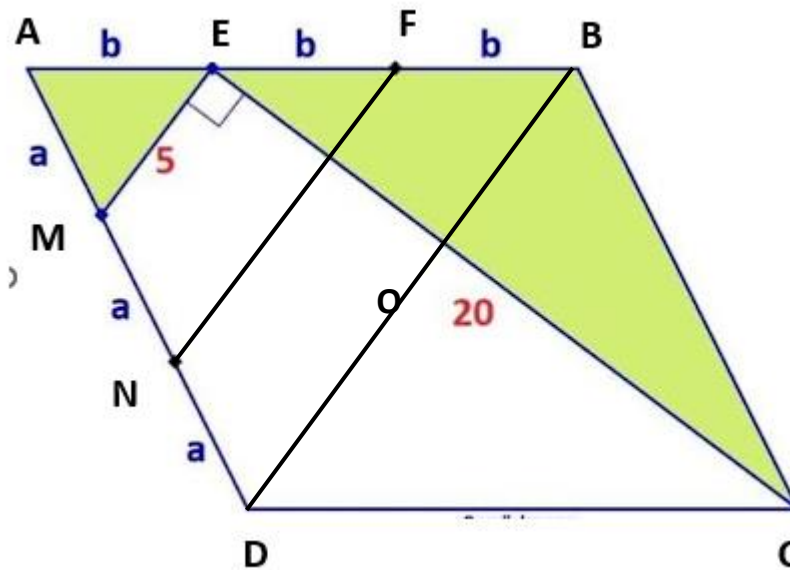


החידה המתמטית השבועית של רשת יב"ע

פתרון
החידה

פתרון אתגר השבוע - שבוע 5



נתונה מקבילית ABCD. על הצלע AD של המקבילית בוחרים נקודות M ו N כך ש $ND=MN=AM=a$. על הצלע AB בוחרים נקודות E ו F כך ש $FB=EF=AE=b$. קטע ME מאונך לקטע EC (כמו שמתואר על השרטוט). נתון ש $ME=5$ ו $EC=20$.

מצאו את השטח הצבוע בצבע ירוק.

- נעביר קטעים NF ו DB. נסמן $O=EC \cap BD$.
- ME קטע אמצעים ב $\triangle AEF$ (כי M אמצע AN ו E אמצע AF). לכן $ME \parallel NF$, $NF=2ME=10$ (ע"פ המשפט על קטע אמצעים במשולש ונתון).
- $BD \parallel NF$ (ע"פ משפט הפוך למשפט תאלס):
 $ME \parallel NF$ ו $\frac{MN}{ND} = \frac{EF}{FB}$ לכן MEBD טרפז.
- $NF = \frac{ME+BD}{2}$ (קטע אמצעים בטרפז). לכן $10 = \frac{5+BD}{2}$
 לכן $BD = 15$
- $EM \perp EC$ (נתון), $ME \parallel NF$, $BD \parallel NF$ (3) לכן $ME \parallel NF \parallel BD$
 ו $EC \perp BD$



החידה המתמטית השבועית של רשת יב"ע

פתרון
החידה

פתרון אתגר השבוע - שבוע 5

6. $\triangle EOB \sim \triangle COD$ (ע"פ משפט תאלס מורחב, $AB \parallel DC$)

7. לכן $\frac{EO}{CO} = \frac{OB}{OD} = \frac{EB}{CD} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3}$ (פרופורציה של דימיון)

8. $EO = 8$, $CO = 12$; $BO = 6$, $DO = 9$ (ע"פ 7, נתון, 5)

9. $S_{\triangle EBC} = \frac{EC \cdot BO}{2} = \frac{20 \cdot 6}{2} = 60$ (על פי נתון, 8)

10. $S_{\triangle DBC} = \frac{OC \cdot BD}{2} = \frac{12 \cdot 15}{2} = 90$ (ע"פ 8, 5)

11. $S_{\triangle DBC} = S_{\triangle DBA}$ (כי אלכסון מחלק את המקבילית לשני משולשים חופפים ושטחים של משולשים חופפים שווים)

12. $\triangle EAM \sim \triangle BAD$ (כי $ME \parallel BD$ ע"פ 3,4)

13. $\frac{S_{\triangle EAM}}{S_{\triangle BAD}} = \left(\frac{ME}{BD}\right)^2 = \left(\frac{5}{15}\right)^2 = \frac{1}{9}$ (כי שטחים של משולשים דומים מתייחסים כריבוע של צלעות)

14. $S_{\triangle EAM} = \frac{1}{9} S_{\triangle BAD} = \frac{1}{9} \cdot 90 = 10$ (על פי 10,11,13)

15. $S_{\triangle EAM} + S_{\triangle EBC} = 10 + 60 = 70$ (ע"פ 9, 14)